STYCZEŃ - LUTY 2020

KLASA I

1. Wykaż, że jeżeli liczby rzeczywiste a, b, c, d spełniają warunki: $a^2 + b^2 = cd$ i $c^2 + d^2 = ab$, to $a = b = c = d = 0$.

2. Znajdź wzór funkcji liniowej spełniającej dla każdej liczby rzeczywistej warunki: $f(2) = 3$ i $f(x+2) = f(x+3) + 1$.

3. Ramiona kąta $\alpha = 60^\circ$ przecięto prostą p prostopadłą do jednego ramienia kąta α i wpisano dwa koła styczne do obu ramion kąta i prostej p. Wyznacz stosunek pól tych kół.

KLASA II

1. Sporządź wykres funkcji $y = \sin x\,|\sin x| + \cos x\,|\cos x|$.

2. Wykaż, że dla każdego $x \in R$ zachodzi nierówność: $sinx(1 - sinx) + cosx(\sqrt{3} - cosx) \le 1$.

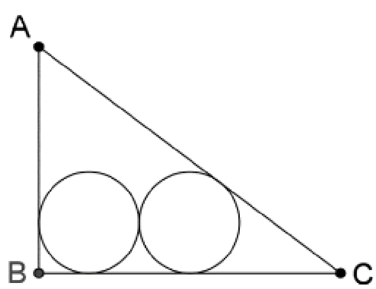
3. Na bokach AB i BC kwadratu $ABCD$ obrano punkty E i F takie, że $3|AE| = |BE|$ i $\sphericalangle AED \equiv \sphericalangle DEF$. W jakim stosunku punkt F dzieli bok BC?

KLASA III

1. Wyznacz wszystkie pary $(x; y)$ liczb całkowitych spełniających równanie $(x - 2 + y)\cdot(x - 2 - y) - 3 = 0$

2. Z wierzchołka C kąta prostego w trójkącie prostokątnym ABC poprowadzono wysokość CD. Udowodnij, że długość wysokości CD jest równa sumie długości promieni okręgów wpisanych w trójkąty: ABC, ACD i BCD.

3. W trójkąt prostokątny o bokach długości |AB|=3, |BC|=4, |AC|=5 wpisano dwa przystające okręgi jak na rysunku. Oblicz promienie tych okręgów.



POWODZENIA!

UWAGA!

Rozwiązania zadań należy oddać do 28.02.2020 r.